INFERENZA STATISTICA I (CANALE B)

FORMULE E TAVOLE

a.a. 2005/06

Indice

A. Formule 2

B. Quantili di una distribuzione normale standard 4

C. Quantili di una distribuzione t di Student 5

D. Quantili di una distribuzione χ^2 di Pearson 7

E. Quantili di una distribuzione F di Snedecor 9

F. Quantili della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni 11

A. Formule

• Simboli utilizzati nel seguito per indicare particolari variabili casuali
– $N(\mu, \sigma^2)$ indica una normale di media μ e varianza σ^2;
– $Bi(n, \vartheta)$ indica una binomiale con numero di prove n e probabilità di successo in ogni prova uguale a ϑ;
– Multinomiale$(n, (p_1, \dots, p_k))$ indica una variabile multinomiale con numero di prove uguale ad n, k modalità e probabilità di ogni modalità uguale a $p_1, \dots, p_k$;
– $t(g)$indica una variabile casuale t di Student con g gradi di libertà;
– $\chi^2(g)$ indica una χ^2 di Pearson con g gradi di libertà;
– $F(g_1, g_2)$ indica una variabile casuale F di Snedecor con g_1 gradi di libertà al numeratore e g_2 gradi di libertà al denominatore.

• Se $(y_1, \dots, y_n)$ sono determinazioni indipendenti di una $N(\mu, \sigma^2)$ allora

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{n}(\overline{y} - \mu)}{\sigma} &\sim N(0,1), \\ \frac{\sqrt{n}(\overline{y} - \mu)}{s} &\sim t(n-1), \\ \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} &\sim \chi^2(n-1) \end{aligned}$$

dove

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \text{ e } s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$$

• Se $Y \sim Bi(n, \vartheta)$ e $\min(n\vartheta, n(1-\vartheta))$ è sufficientemente grande allora la distribuzione di

$$\frac{\dfrac{Y}{n} - \vartheta}{\sqrt{\dfrac{\vartheta(1-\vartheta)}{n}}}$$

può essere approssimata con quella di una $N(0,1)$.

• In una tabella di contingenza con r righe e c colonne, indicate con y_{ij} le frequenze osservate e con $\hat{y}_{ij}$ le frequenze attese in caso di indipendenza, la distribuzione di

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{\hat{y}_{ij}}$$

può essere approssimata con quella di una variabile casuale χ^2 di Pearson con $(r-1)(c-1)$ gradi di libertà (almeno se le frequenze attese sono sufficientemente grandi).

• Se $(y_1, \dots, y_k) \sim$ Multinomiale$(n, (p_1, \dots, p_k))$ allora

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(y_i - np_i)^2}{np_i}$$

si distribuisce approssimativamente come una variabile casuale $\chi^2(k-1)$ (almeno se n è sufficentemente grande).

• Se $(y_1, \dots, y_n)$ sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\mu, \sigma^2)$ e $(x_1, \dots, x_m)$ sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\eta, \sigma^2)$ allora

$$\frac{(\overline{y} - \overline{x}) - (\mu - \eta)}{s\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t \text{ con } n + m - 2 \text{ gradi di libertà}$$

dove

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i,\ \overline{x} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} x_i \text{ e } s^2 = \frac{1}{n+m-2}\left((n-1)s_y^2 + (m-1)s_x^2\right)$$

con

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2 \text{ e } s_x^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{x})^2,$$

• Se $(y_1, \dots, y_n)$ sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\mu, \sigma^2)$ e $(x_1, \dots, x_m)$ sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\eta, \tau^2)$ allora, definiti $\overline{y}$, $\overline{x}$, s_x^2 e s_y^2 come al punto precedente, la distribuzione di

$$\frac{(\overline{y} - \overline{x}) - (\mu - \eta)}{\sqrt{\dfrac{s_y^2}{n} + \dfrac{s_x^2}{m}}}$$

può essere approssimata con quella di una t di Student con

$$\text{gradi di libertà} \approx \frac{\left(\dfrac{s_y^2}{n} + \dfrac{s_x^2}{m}\right)^2}{\dfrac{1}{n-1}\left(\dfrac{s_y^2}{n}\right)^2 + \dfrac{1}{m-1}\left(\dfrac{s_x^2}{m}\right)^2}.$$

Inoltre

$$\frac{s_y^2/\sigma^2}{s_x^2/\tau^2} \sim F(n-1, m-1).$$

- Se $y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots, k$ e $j = 1, \ldots, n_i$, allora

$$\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(\overline{y}_i - \overline{y})^2/(k-1)}{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 1)s_i^2/(n-k)} \sim F(k-1, n-k)$$

dove

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i, \qquad \overline{y}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij},$$

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \overline{y}, \quad s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1}\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \overline{y}_i)^2.$$

- Dati: $(y_1, \ldots, y_n)$ e $(x_1, \ldots, x_m)$.

Statistica test: $W = (\text{somma dei ranghi delle "}x\text{"}) - \dfrac{m(m+1)}{2}$.

B. Quantili di una distribuzione normale standard

La tabella riporta i quantili $p_0 + p_1$ di una normale di media zero e varianza unitaria. Quindi, ad esempio, 1,96 è il quantile-0,975 di una normale standard ovvero $\Pr(N(0,1) \leq 1{,}96) = 0{,}975$. Ci si ricordi che una normale standard è simmetrica intorno allo zero. Quindi i quantili-p con $p < 0.5$ possono essere ottenuti dalla tabella utilizzando la relazione $\text{quantile} - p = -\text{quantile} - (1 - p)$. Ad esempio, $-1{,}96$ è il quantile-0,025 della distribuzione.

	p_0				
p_1	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
0,0000	0,00	0,25	0,52	0,84	1,28
0,0050	0,01	0,27	0,54	0,86	1,31
0,0100	0,03	0,28	0,55	0,88	1,34
0,0150	0,04	0,29	0,57	0,90	1,37
0,0200	0,05	0,31	0,58	0,92	1,41
0,0250	0,06	0,32	0,60	0,93	1,44
0,0300	0,08	0,33	0,61	0,95	1,48
0,0350	0,09	0,35	0,63	0,97	1,51
0,0400	0,10	0,36	0,64	0,99	1,55
0,0450	0,11	0,37	0,66	1,02	1,60
0,0500	0,13	0,39	0,67	1,04	1,64
0,0550	0,14	0,40	0,69	1,06	1,70
0,0600	0,15	0,41	0,71	1,08	1,75
0,0650	0,16	0,43	0,72	1,10	1,81
0,0700	0,18	0,44	0,74	1,13	1,88
0,0750	0,19	0,45	0,76	1,15	1,96
0,0800	0,20	0,47	0,77	1,17	2,05
0,0850	0,21	0,48	0,79	1,20	2,17
0,0900	0,23	0,50	0,81	1,23	2,33
0,0950	0,24	0,51	0,82	1,25	2,58
0,0990	0,25	0,52	0,84	1,28	3,09
0,0995	0,25	0,52	0,84	1,28	3,29
0,0999	0,25	0,52	0,84	1,28	3,72

C. Quantili di una distribuzione t di Student

La tabella riporta i quantili-p di una distribuzione t di Student con g gradi di libertà ($1 \leq g \leq 50$). Ad esempio, 0,82 è il quantile-0,75 di un t con 2 gradi di libertà ovvero $\Pr(t \text{ con 2 gradi di libertà} \leq 0{,}82) = 0{,}75$ Ci si ricordi che le "t di Student" sono simmetriche intorno allo zero. Quindi i quantili-p con $p < 0.5$ possono essere ottenuti dalla tabella utilizzando la relazione quantile $- p = -$quantile $- (1 - p)$. Ad esempio, $-0{,}82$ è il quantile-0,25 di una t con 2 gradi di libertà. Per $g > 50$ è possibile utilizzare i quantili di una $N(0, 1)$ (per comodità sono riportati nell'ultima riga della tabella e indicati da $g = \infty$).

								p							
g	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	0,00	0,16	0,32	0,51	0,73	1,00	1,38	1,96	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	0,00	0,14	0,29	0,44	0,62	0,82	1,06	1,39	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	0,00	0,14	0,28	0,42	0,58	0,76	0,98	1,25	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	0,00	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	1,19	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	0,00	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,16	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,72	0,91	1,13	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,90	1,12	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,89	1,11	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,09	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,09	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,70	0,87	1,08	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,08	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,08	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,07	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,86	1,07	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,06	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
31	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,70	2,04	2,45	2,74	3,37	3,63
32	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,04	2,45	2,74	3,37	3,62
33	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,73	3,36	3,61
34	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,73	3,35	3,60

(continua)

	p														
g	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
35	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
36	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,43	2,72	3,33	3,58
37	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,69	2,03	2,43	2,72	3,33	3,57
38	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,69	2,02	2,43	2,71	3,32	3,57
39	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,43	2,71	3,31	3,56
40	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
41	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,30	3,54
42	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,30	3,54
43	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,29	3,53
44	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,41	2,69	3,29	3,53
45	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
46	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,51
47	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,68	3,27	3,51
48	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,68	3,27	3,51
49	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,27	3,50
50	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
∞	0,00	0,13	0,25	0,39	0,52	0,67	0,84	1,04	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

D. Quantili di una distribuzione χ^2 di Pearson

La tabella riporta i quantili-p di una distribuzione χ^2 di Pearson con g gradi di libertà ($1 \leq g \leq 50$). Ad esempio, 1,21 è il quantile-0,25 di un χ^2 con 3 gradi di libertà ovvero $\Pr(\chi^2$ con 2 gradi di libertà $\leq 1{,}21) = 0{,}25$ Per $g > 50$ è possibile utilizzare la seguente approssimazione dovuta a Wilson e Helferty

$$\text{quantile-}p \text{ di una variabile casuale } \chi^2 \text{ con } g \text{ gradi di libertà} = g\left(\sqrt{\frac{2}{9g}}z_p + 1 - \frac{2}{9g}\right)^3$$

dove, z_p indica in quantile-p di una normale standard.

	p															
g	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,45	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83	12,12
2	0,00	0,00	0,01	0,02	0,10	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82	15,20
3	0,02	0,02	0,07	0,11	0,35	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27	17,73
4	0,06	0,09	0,21	0,30	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47	20,00
5	0,16	0,21	0,41	0,55	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,52	22,11
6	0,30	0,38	0,68	0,87	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46	24,10
7	0,48	0,60	0,99	1,24	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32	26,02
8	0,71	0,86	1,34	1,65	2,73	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12	27,87
9	0,97	1,15	1,73	2,09	3,33	4,17	5,90	8,34	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88	29,67
10	1,26	1,48	2,16	2,56	3,94	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59	31,42
11	1,59	1,83	2,60	3,05	4,57	5,58	7,58	10,34	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76	31,26	33,14
12	1,93	2,21	3,07	3,57	5,23	6,30	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91	34,82
13	2,31	2,62	3,57	4,11	5,89	7,04	9,30	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53	36,48
14	2,70	3,04	4,07	4,66	6,57	7,79	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12	38,11
15	3,11	3,48	4,60	5,23	7,26	8,55	11,04	14,34	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70	39,72
16	3,54	3,94	5,14	5,81	7,96	9,31	11,91	15,34	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25	41,31
17	3,98	4,42	5,70	6,41	8,67	10,09	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79	42,88
18	4,44	4,90	6,26	7,01	9,39	10,86	13,68	17,34	21,60	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31	44,43
19	4,91	5,41	6,84	7,63	10,12	11,65	14,56	18,34	22,72	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82	45,97
20	5,40	5,92	7,43	8,26	10,85	12,44	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31	47,50
21	5,90	6,45	8,03	8,90	11,59	13,24	16,34	20,34	24,93	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80	49,01
22	6,40	6,98	8,64	9,54	12,34	14,04	17,24	21,34	26,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27	50,51
23	6,92	7,53	9,26	10,20	13,09	14,85	18,14	22,34	27,14	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73	52,00
24	7,45	8,08	9,89	10,86	13,85	15,66	19,04	23,34	28,24	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18	53,48
25	7,99	8,65	10,52	11,52	14,61	16,47	19,94	24,34	29,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62	54,95
26	8,54	9,22	11,16	12,20	15,38	17,29	20,84	25,34	30,43	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05	56,41
27	9,09	9,80	11,81	12,88	16,15	18,11	21,75	26,34	31,53	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64	55,48	57,86
28	9,66	10,39	12,46	13,56	16,93	18,94	22,66	27,34	32,62	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89	59,30
29	10,23	10,99	13,12	14,26	17,71	19,77	23,57	28,34	33,71	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30	60,73
30	10,80	11,59	13,79	14,95	18,49	20,60	24,48	29,34	34,80	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70	62,16
31	11,39	12,20	14,46	15,66	19,28	21,43	25,39	30,34	35,89	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	61,10	63,58

(continua)

	p															
g	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
32	11,98	12,81	15,13	16,36	20,07	22,27	26,30	31,34	36,97	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	62,49	65,00
33	12,58	13,43	15,82	17,07	20,87	23,11	27,22	32,34	38,06	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	63,87	66,40
34	13,18	14,06	16,50	17,79	21,66	23,95	28,14	33,34	39,14	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	65,25	67,80
35	13,79	14,69	17,19	18,51	22,47	24,80	29,05	34,34	40,22	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	66,62	69,20
36	14,40	15,32	17,89	19,23	23,27	25,64	29,97	35,34	41,30	47,21	51,00	54,44	58,62	61,58	67,99	70,59
37	15,02	15,97	18,59	19,96	24,07	26,49	30,89	36,34	42,38	48,36	52,19	55,67	59,89	62,88	69,35	71,97
38	15,64	16,61	19,29	20,69	24,88	27,34	31,81	37,34	43,46	49,51	53,38	56,90	61,16	64,18	70,70	73,35
39	16,27	17,26	20,00	21,43	25,70	28,20	32,74	38,34	44,54	50,66	54,57	58,12	62,43	65,48	72,05	74,73
40	16,91	17,92	20,71	22,16	26,51	29,05	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	73,40	76,09
41	17,54	18,58	21,42	22,91	27,33	29,91	34,58	40,34	46,69	52,95	56,94	60,56	64,95	68,05	74,74	77,46
42	18,19	19,24	22,14	23,65	28,14	30,77	35,51	41,34	47,77	54,09	58,12	61,78	66,21	69,34	76,08	78,82
43	18,83	19,91	22,86	24,40	28,96	31,63	36,44	42,34	48,84	55,23	59,30	62,99	67,46	70,62	77,42	80,18
44	19,48	20,58	23,58	25,15	29,79	32,49	37,36	43,34	49,91	56,37	60,48	64,20	68,71	71,89	78,75	81,53
45	20,14	21,25	24,31	25,90	30,61	33,35	38,29	44,34	50,98	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	80,08	82,88
46	20,79	21,93	25,04	26,66	31,44	34,22	39,22	45,34	52,06	58,64	62,83	66,62	71,20	74,44	81,40	84,22
47	21,46	22,61	25,77	27,42	32,27	35,08	40,15	46,34	53,13	59,77	64,00	67,82	72,44	75,70	82,72	85,56
48	22,12	23,29	26,51	28,18	33,10	35,95	41,08	47,34	54,20	60,91	65,17	69,02	73,68	76,97	84,04	86,90
49	22,79	23,98	27,25	28,94	33,93	36,82	42,01	48,33	55,27	62,04	66,34	70,22	74,92	78,23	85,35	88,23
50	23,46	24,67	27,99	29,71	34,76	37,69	42,94	49,33	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	86,66	89,56

E. Quantili di una distribuzione F di Snedecor

La tabella è deliberatamente limitata e vuole essere semplicemente un ausilio per esercizi ed esami. Durante quest'ultimi, indicare gli esatti gradi di libertà che si dovrebbero utilizzare e poi scegliere ed utilizzare una combinazione di gradi di libertà "vicina" a quelli "esatti". In applicazioni reali utilizzare il calcolatore (in R la funzione qf). Nella tabella g_1 e g_2 sono i gradi di libertà rispettivamente del numeratore e del denominatore della F mentre p è la probabilità lasciata a sinistra. Per cui, per esempio, 8,43 è il quantile 0,975 di una F con 2 gradi di libertà al numeratore e 5 al denominatore ovvero

$$\Pr(F \text{ con 2 e 5 gradi di libertà} \leq 8{,}43) = 0{,}975$$

		p															
g_1	g_2	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1.00	5.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,53	1,69	4,06	6,61	10,01	16,26	22,78	47,18	63,61
2.00	5.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,30	0,80	1,85	3,78	5,79	8,43	13,27	18,31	37,12	49,78
3.00	5.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,42	0,91	1,88	3,62	5,41	7,76	12,06	16,53	33,20	44,42
4.00	5.00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,16	0,25	0,48	0,96	1,89	3,52	5,19	7,39	11,39	15,56	31,09	41,53
5.00	5.00	0,03	0,03	0,07	0,09	0,20	0,29	0,53	1,00	1,89	3,45	5,05	7,15	10,97	14,94	29,75	39,72
1.00	10.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,49	1,49	3,29	4,96	6,94	10,04	12,83	21,04	25,49
2.00	10.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,30	0,74	1,60	2,92	4,10	5,46	7,56	9,43	14,91	17,87
3.00	10.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,41	0,85	1,60	2,73	3,71	4,83	6,55	8,08	12,55	14,97
4.00	10.00	0,01	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,90	1,59	2,61	3,48	4,47	5,99	7,34	11,28	13,41
5.00	10.00	0,03	0,04	0,07	0,10	0,21	0,30	0,53	0,93	1,59	2,52	3,33	4,24	5,64	6,87	10,48	12,43
1.00	15.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,48	1,43	3,07	4,54	6,20	8,68	10,80	16,59	19,51
2.00	15.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,73	1,52	2,70	3,68	4,77	6,36	7,70	11,34	13,16
3.00	15.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,41	0,83	1,52	2,49	3,29	4,15	5,42	6,48	9,34	10,76
4.00	15.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,88	1,51	2,36	3,06	3,80	4,89	5,80	8,25	9,48
5.00	15.00	0,03	0,04	0,08	0,10	0,22	0,31	0,53	0,91	1,49	2,27	2,90	3,58	4,56	5,37	7,57	8,66
1.00	20.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,40	2,97	4,35	5,87	8,10	9,94	14,82	17,19
2.00	20.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,72	1,49	2,59	3,49	4,46	5,85	6,99	9,95	11,38
3.00	20.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,82	1,48	2,38	3,10	3,86	4,94	5,82	8,10	9,20
4.00	20.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,87	1,47	2,25	2,87	3,51	4,43	5,17	7,10	8,02
5.00	20.00	0,03	0,04	0,08	0,10	0,22	0,31	0,53	0,90	1,45	2,16	2,71	3,29	4,10	4,76	6,46	7,27
1.00	25.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,39	2,92	4,24	5,69	7,77	9,48	13,88	15,97
2.00	25.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,47	2,53	3,39	4,29	5,57	6,60	9,22	10,46
3.00	25.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,81	1,46	2,32	2,99	3,69	4,68	5,46	7,45	8,39
4.00	25.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,44	2,18	2,76	3,35	4,18	4,84	6,49	7,27
5.00	25.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,31	0,53	0,89	1,42	2,09	2,60	3,13	3,85	4,43	5,89	6,56
1.00	30.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,38	2,88	4,17	5,57	7,56	9,18	13,29	15,22
2.00	30.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,45	2,49	3,32	4,18	5,39	6,35	8,77	9,90
3.00	30.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,81	1,44	2,28	2,92	3,59	4,51	5,24	7,05	7,89
4.00	30.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,42	2,14	2,69	3,25	4,02	4,62	6,12	6,82
5.00	30.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,41	2,05	2,53	3,03	3,70	4,23	5,53	6,13
1.00	35.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,37	2,85	4,12	5,48	7,42	8,98	12,90	14,72
2.00	35.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,44	2,46	3,27	4,11	5,27	6,19	8,47	9,52

(continua)

									p								
g_1	g_2	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
3.00	35.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,43	2,25	2,87	3,52	4,40	5,09	6,79	7,56
4.00	35.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,41	2,11	2,64	3,18	3,91	4,48	5,88	6,51
5.00	35.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,40	2,02	2,49	2,96	3,59	4,09	5,30	5,85
1.00	40.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,36	2,84	4,08	5,42	7,31	8,83	12,61	14,35
2.00	40.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,44	2,44	3,23	4,05	5,18	6,07	8,25	9,25
3.00	40.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,42	2,23	2,84	3,46	4,31	4,98	6,59	7,33
4.00	40.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,85	1,40	2,09	2,61	3,13	3,83	4,37	5,70	6,30
5.00	40.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,39	2,00	2,45	2,90	3,51	3,99	5,13	5,64
1.00	45.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,36	2,82	4,06	5,38	7,23	8,71	12,39	14,08
2.00	45.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,70	1,43	2,42	3,20	4,01	5,11	5,97	8,09	9,04
3.00	45.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,42	2,21	2,81	3,42	4,25	4,89	6,45	7,15
4.00	45.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,18	0,26	0,48	0,85	1,40	2,07	2,58	3,09	3,77	4,29	5,56	6,13
5.00	45.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,88	1,38	1,98	2,42	2,86	3,45	3,91	5,00	5,49
1.00	50.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,35	2,81	4,03	5,34	7,17	8,63	12,22	13,86
2.00	50.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,70	1,43	2,41	3,18	3,97	5,06	5,90	7,96	8,88
3.00	50.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,41	2,20	2,79	3,39	4,20	4,83	6,34	7,01
4.00	50.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,18	0,26	0,48	0,85	1,39	2,06	2,56	3,05	3,72	4,23	5,46	6,01
5.00	50.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,23	0,32	0,53	0,88	1,37	1,97	2,40	2,83	3,41	3,85	4,90	5,37

F. Quantili della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni

La tabella riporta i quantili-p della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni. Nella tabelle, p indica la probabilità "lasciata a sinistra" mentre n e m il numero di osservazioni nel primo e nel secondo gruppo. La distribuzione della statistica test è simmetrica intorno a $nm/2$. Utilizzando questa proprietà è possibile calcolare anche i quantili-p con $p < 0{,}5$. Per i valori di n e/o m non inclusi, è possibile approssimare la distribuzione con quella di una normale di media $nm/2$ e varianza $nm(m+n+1)/12$.

								p								
min(n,m)	max(n,m)	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0.99	0,995	0,999	0,9995
5	5	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20	22	23	24	25	25
5	6	15	16	16	17	18	19	20	21	22	24	26	27	28	30	30
5	7	17	18	19	20	21	22	23	24	26	28	29	31	33	35	35
5	8	20	21	22	23	24	25	26	27	29	31	33	35	37	39	40
5	9	22	23	24	25	27	28	29	30	32	35	37	39	41	43	44
5	10	25	26	27	28	29	31	32	34	36	38	41	43	45	48	49
5	11	27	29	30	31	32	34	35	37	39	42	45	47	49	52	53
5	12	30	31	32	34	35	37	38	40	42	46	48	51	53	57	58
5	13	32	34	35	37	38	40	41	43	46	49	52	55	57	61	62
5	14	35	36	38	39	41	42	44	46	49	53	56	59	62	66	67
5	15	37	39	41	42	44	45	47	50	52	56	60	63	66	70	71
6	6	18	19	20	20	21	22	23	25	26	28	30	32	33	36	36
6	7	21	22	23	24	25	26	27	28	30	33	35	37	38	41	42
6	8	24	25	26	27	28	29	31	32	34	37	39	41	43	46	47
6	9	27	28	29	30	32	33	34	36	38	41	43	46	48	51	52
6	10	30	31	32	34	35	36	38	40	42	45	48	51	53	56	57
6	11	33	34	36	37	38	40	42	44	46	49	52	56	58	61	63
6	12	36	37	39	40	42	43	45	47	50	54	57	60	62	67	68
6	13	39	40	42	44	45	47	49	51	54	58	61	65	67	72	73
6	14	42	44	45	47	49	50	52	55	58	62	66	70	72	77	78
6	15	45	47	48	50	52	54	56	59	62	66	70	74	77	82	84
7	7	24	26	27	28	29	30	31	33	35	37	40	42	44	47	48
7	8	28	29	30	31	33	34	35	37	39	42	45	48	49	53	54
7	9	31	33	34	35	37	38	40	41	44	47	50	53	55	59	60
7	10	35	36	38	39	41	42	44	46	48	52	55	58	60	64	66
7	11	38	40	41	43	44	46	48	50	53	57	60	64	66	70	72
7	12	42	44	45	47	48	50	52	54	57	62	65	69	71	76	78
7	13	45	47	49	50	52	54	56	59	62	66	70	74	77	82	84
7	14	49	51	52	54	56	58	61	63	66	71	75	80	82	88	90
7	15	52	54	56	58	60	62	65	67	71	76	80	85	88	94	96
8	8	32	33	34	36	37	39	40	42	44	48	50	54	56	59	61
8	9	36	37	39	40	42	43	45	47	49	53	56	60	62	66	67
8	10	40	41	43	44	46	48	50	52	55	59	62	66	68	73	74
8	11	44	46	47	49	50	52	54	57	60	64	68	72	74	79	81

(continua)

		p														
$\min(n,m)$	$\max(n,m)$	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0.99	0,995	0,999	0,9995
8	12	48	50	51	53	55	57	59	62	65	69	73	78	80	86	88
8	13	52	54	56	57	59	62	64	67	70	75	79	83	86	92	94
8	14	56	58	60	62	64	66	69	71	75	80	85	89	93	99	101
8	15	60	62	64	66	68	71	73	76	80	86	90	95	99	105	108
9	9	40	42	43	45	47	48	50	52	55	59	63	66	69	73	75
9	10	45	47	48	50	52	53	56	58	61	65	69	73	76	81	82
9	11	49	51	53	55	57	59	61	63	67	71	75	80	82	88	90
9	12	54	56	58	60	62	64	66	69	72	77	81	86	89	95	97
9	13	58	60	62	64	67	69	71	74	78	83	88	93	96	102	105
9	14	63	65	67	69	71	74	77	80	84	89	94	99	103	110	112
9	15	67	70	72	74	76	79	82	85	89	95	100	106	110	117	119
10	10	50	52	53	55	57	59	61	64	67	72	76	80	83	89	91
10	11	55	57	59	61	63	65	67	70	73	78	83	87	91	97	99
10	12	60	62	64	66	68	70	73	76	80	85	90	95	98	105	107
10	13	65	67	69	71	74	76	79	82	86	92	96	102	105	112	115
10	14	70	72	74	77	79	82	85	88	92	98	103	109	113	120	123
10	15	75	77	80	82	85	87	90	94	98	105	110	116	120	128	131
11	11	60	62	64	66	69	71	74	76	80	86	90	95	99	105	108
11	12	66	68	70	72	75	77	80	83	87	93	98	103	107	114	116
11	13	71	74	76	78	81	83	86	90	94	100	105	111	115	122	125
11	14	77	79	82	84	87	90	93	96	101	107	113	119	123	131	134
11	15	82	85	87	90	93	96	99	103	107	114	120	127	131	140	143
12	12	72	74	76	79	81	84	87	90	94	101	106	112	116	123	126
12	13	78	80	83	85	88	91	94	97	102	108	114	120	124	132	135
12	14	84	86	89	92	94	97	101	104	109	116	122	129	133	142	145
12	15	90	93	95	98	101	104	107	111	116	124	130	137	142	151	154
13	13	84	87	90	92	95	98	101	105	110	117	123	129	134	142	145
13	14	91	94	96	99	102	105	109	113	118	125	131	138	143	152	156
13	15	97	100	103	106	109	112	116	120	126	133	140	147	152	162	166
14	14	98	101	104	107	110	113	117	121	126	134	140	148	153	163	166
14	15	105	108	111	114	117	121	125	129	135	143	150	158	163	173	177
15	15	112	116	119	122	125	129	133	138	144	152	160	168	173	184	188