

INFERENZA STATISTICA I (CANALE B)

FORMULE E TAVOLE PER L'ESAME

a.a. 2003/04

Indice

A. Formule	2
B. Quantili di una distribuzione normale standard	4
C. Quantili di una distribuzione t di Student	5
D. Quantili di una distribuzione χ^2 di Pearson	7
E. Quantili di una distribuzione F di Snedecor	9
F. Quantili della distribuzione della statistica del test dei ranghi con segno di Wilcoxon (test di Wicoxon ad un campione)	11
G. Quantili della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni	13

A. Formule

- Simboli utilizzati nel seguito per indicare particolari variabili casuali
 - $N(\mu, \sigma^2)$ indica una normale di media μ e varianza σ^2 ;
 - $Bi(n, \vartheta)$ indica una binomiale con numero di prove n e probabilità di successo in ogni prova uguale a ϑ ;
 - t_g indica una variabile casuale t di Student con g gradi di libertà;
 - χ_g^2 indica una χ^2 di Pearson con g gradi di libertà;
 - F_{g_1, g_2} indica una variabile casuale F di Snedecor con g_1 gradi di libertà al numeratore e g_2 gradi di libertà al denominatore.
- Se (y_1, \dots, y_n) sono determinazioni indipendenti di una $N(\mu, \sigma^2)$ allora

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{n}(\bar{y} - \mu)}{\sigma} &\sim N(0, 1), \\ \frac{\sqrt{n}(\bar{y} - \mu)}{s} &\sim t_{n-1}, \\ \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} &\sim \chi_{n-1}^2 \end{aligned}$$

dove

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \text{ e } s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

- Se $Y \sim Bi(n, \vartheta)$ e $\min(n\vartheta, n(1-\vartheta))$ è sufficientemente grande allora la distribuzione di

$$\frac{\frac{Y}{n} - \vartheta}{\sqrt{\frac{\vartheta(1-\vartheta)}{n}}}$$

può essere approssimata con quella di una $N(0, 1)$.

- In una tabella di contingenza con r righe e c colonne, indicate con y_{ij} le frequenze osservate e con \hat{y}_{ij} le frequenze attese in caso di indipendenza, la distribuzione di

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{\hat{y}_{ij}}$$

può essere approssimata con quella di una variabile casuale χ^2 di Pearson con $(r-1)(c-1)$ gradi di libertà (almeno se le frequenze attese sono sufficientemente grandi).

- Se (y_1, \dots, y_n) sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\mu, \sigma^2)$ e (x_1, \dots, x_m) sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\eta, \sigma^2)$ allora

$$\frac{(\bar{y} - \bar{x}) - (\mu - \eta)}{s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t \text{ con } n + m - 2 \text{ gradi di libertà}$$

dove

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \text{ e } s^2 = \frac{1}{n+m-2} ((n-1)s_y^2 + (m-1)s_x^2)$$

con

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \text{ e } s_x^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2,$$

- Se (y_1, \dots, y_n) sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\mu, \sigma^2)$ e (x_1, \dots, x_m) sono determinazioni indipendenti di una variabile casuale $N(\eta, \tau^2)$ allora, definiti \bar{y} , \bar{x} , s_x^2 e s_y^2 come al punto precedente, la distribuzione di

$$\frac{(\bar{y} - \bar{x}) - (\mu - \eta)}{\sqrt{\frac{s_y^2}{n} + \frac{s_x^2}{m}}}$$

può essere approssimata con quella di una t di Student con

$$\text{gradi di libertà} \approx \frac{\left(\frac{s_y^2}{n} + \frac{s_x^2}{m}\right)^2}{\frac{1}{n-1} \left(\frac{s_y^2}{n}\right)^2 + \frac{1}{m-1} \left(\frac{s_x^2}{m}\right)^2}.$$

Inoltre

$$\frac{s_y^2/\sigma^2}{s_x^2/\tau^2} \sim F_{n-1, m-1}.$$

- Se $y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, k$ e $j = 1, \dots, n_i$, allora

$$\frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y})^2 / (k-1)}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2 / (n-k)} \sim F_{k-1, n-k}$$

dove

$$n = \sum_{i=1}^k n_i, \quad \bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij},$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i, \quad s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2.$$

- Dati: (y_1, \dots, y_n) .

Statistica test: $V = \sum_{\{i: y_i > \mu_0\}} (\text{rango di } |y_i - \mu_0|)$.

- Dati: (y_1, \dots, y_n) e (x_1, \dots, x_m) .

Statistica test: $W = (\text{somma dei ranghi delle "x"}) - \frac{m(m+1)}{2}$.

B. Quantili di una distribuzione normale standard

La tabella riporta i quantili $p_0 + p_1$ di una normale di media zero e varianza unitaria. Quindi, ad esempio, 1,96 è il quantile-0,975 di una normale standard ovvero $\Pr(N(0, 1) \leq 1,96) = 0,975$. Ci si ricordi che una normale standard è simmetrica intorno allo zero. Quindi i quantili- p con $p < 0.5$ possono essere ottenuti dalla tabella utilizzando la relazione $\text{quantile} - p = -\text{quantile} - (1 - p)$. Ad esempio, $-1,96$ è il quantile-0,025 della distribuzione.

	p ₀				
p ₁	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
0,0000	0,00	0,25	0,52	0,84	1,28
0,0050	0,01	0,27	0,54	0,86	1,31
0,0100	0,03	0,28	0,55	0,88	1,34
0,0150	0,04	0,29	0,57	0,90	1,37
0,0200	0,05	0,31	0,58	0,92	1,41
0,0250	0,06	0,32	0,60	0,93	1,44
0,0300	0,08	0,33	0,61	0,95	1,48
0,0350	0,09	0,35	0,63	0,97	1,51
0,0400	0,10	0,36	0,64	0,99	1,55
0,0450	0,11	0,37	0,66	1,02	1,60
0,0500	0,13	0,39	0,67	1,04	1,64
0,0550	0,14	0,40	0,69	1,06	1,70
0,0600	0,15	0,41	0,71	1,08	1,75
0,0650	0,16	0,43	0,72	1,10	1,81
0,0700	0,18	0,44	0,74	1,13	1,88
0,0750	0,19	0,45	0,76	1,15	1,96
0,0800	0,20	0,47	0,77	1,17	2,05
0,0850	0,21	0,48	0,79	1,20	2,17
0,0900	0,23	0,50	0,81	1,23	2,33
0,0950	0,24	0,51	0,82	1,25	2,58
0,0990	0,25	0,52	0,84	1,28	3,09
0,0995	0,25	0,52	0,84	1,28	3,29
0,0999	0,25	0,52	0,84	1,28	3,72

C. Quantili di una distribuzione t di Student

La tabella riporta i quantili-p di una distribuzione t di Student con g gradi di libertà ($1 \leq g \leq 50$). Ad esempio, 0,82 è il quantile-0,75 di un t con 2 gradi di libertà ovvero $\Pr(\text{t con 2 gradi di libertà} \leq 0,82) = 0,75$. Ci si ricordi che le “t di Student” sono simmetriche intorno allo zero. Quindi i quantili-p con $p < 0.5$ possono essere ottenuti dalla tabella utilizzando la relazione $\text{quantile} - p = -\text{quantile} - (1 - p)$. Ad esempio, $-0,82$ è il quantile-0,25 di una t con 2 gradi di libertà. Per $g > 50$ è possibile utilizzare i quantili di una $N(0, 1)$ (per comodità sono riportati nell’ultima riga della tabella e indicati da $g = \infty$).

g	p														
	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	0,00	0,16	0,32	0,51	0,73	1,00	1,38	1,96	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,31	636,62
2	0,00	0,14	0,29	0,44	0,62	0,82	1,06	1,39	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	0,00	0,14	0,28	0,42	0,58	0,76	0,98	1,25	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	0,00	0,13	0,27	0,41	0,57	0,74	0,94	1,19	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	0,00	0,13	0,27	0,41	0,56	0,73	0,92	1,16	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,72	0,91	1,13	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,90	1,12	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	0,00	0,13	0,26	0,40	0,55	0,71	0,89	1,11	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,09	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	0,00	0,13	0,26	0,40	0,54	0,70	0,88	1,09	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,70	0,87	1,08	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,08	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,08	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,87	1,07	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	0,00	0,13	0,26	0,39	0,54	0,69	0,86	1,07	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,07	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,69	0,86	1,06	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71

(continua)

g	p														
	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
27	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,86	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,06	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,06	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
31	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,70	2,04	2,45	2,74	3,37	3,63
32	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,04	2,45	2,74	3,37	3,62
33	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,73	3,36	3,61
34	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,73	3,35	3,60
35	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
36	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,31	1,69	2,03	2,43	2,72	3,33	3,58
37	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,69	2,03	2,43	2,72	3,33	3,57
38	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,69	2,02	2,43	2,71	3,32	3,57
39	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,43	2,71	3,31	3,56
40	0,00	0,13	0,26	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
41	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,30	3,54
42	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,30	3,54
43	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,29	3,53
44	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,02	2,41	2,69	3,29	3,53
45	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
46	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,51
47	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,68	3,27	3,51
48	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,41	2,68	3,27	3,51
49	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,27	3,50
50	0,00	0,13	0,25	0,39	0,53	0,68	0,85	1,05	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
∞	0,00	0,13	0,25	0,39	0,52	0,67	0,84	1,04	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

D. Quantili di una distribuzione χ^2 di Pearson

La tabella riporta i quantili-p di una distribuzione χ^2 di Pearson con g gradi di libertà ($1 \leq g \leq 50$). Ad esempio, 1,21 è il quantile-0,25 di un χ^2 con 3 gradi di libertà ovvero $\Pr(\chi^2 \text{ con 2 gradi di libertà} \leq 1,21) = 0,25$ Per $g > 50$ è possibile utilizzare la seguente approssimazione dovuta a Wilson e Helferty

$$\text{quantile-p di una variabile casuale } \chi^2 \text{ con g gradi di libertà} = g \left(\sqrt{\frac{2}{9g}} z_p + 1 - \frac{2}{9g} \right)^3$$

dove, z_p indica in quantile-p di una normale standard.

g	p															
	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,45	1,32	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83	12,12
2	0,00	0,00	0,01	0,02	0,10	0,21	0,58	1,39	2,77	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82	15,20
3	0,02	0,02	0,07	0,11	0,35	0,58	1,21	2,37	4,11	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27	17,73
4	0,06	0,09	0,21	0,30	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47	20,00
5	0,16	0,21	0,41	0,55	1,15	1,61	2,67	4,35	6,63	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,52	22,11
6	0,30	0,38	0,68	0,87	1,64	2,20	3,45	5,35	7,84	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46	24,10
7	0,48	0,60	0,99	1,24	2,17	2,83	4,25	6,35	9,04	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32	26,02
8	0,71	0,86	1,34	1,65	2,73	3,49	5,07	7,34	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12	27,87
9	0,97	1,15	1,73	2,09	3,33	4,17	5,90	8,34	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88	29,67
10	1,26	1,48	2,16	2,56	3,94	4,87	6,74	9,34	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59	31,42
11	1,59	1,83	2,60	3,05	4,57	5,58	7,58	10,34	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76	31,26	33,14
12	1,93	2,21	3,07	3,57	5,23	6,30	8,44	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91	34,82
13	2,31	2,62	3,57	4,11	5,89	7,04	9,30	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53	36,48
14	2,70	3,04	4,07	4,66	6,57	7,79	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12	38,11
15	3,11	3,48	4,60	5,23	7,26	8,55	11,04	14,34	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70	39,72
16	3,54	3,94	5,14	5,81	7,96	9,31	11,91	15,34	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25	41,31
17	3,98	4,42	5,70	6,41	8,67	10,09	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79	42,88
18	4,44	4,90	6,26	7,01	9,39	10,86	13,68	17,34	21,60	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31	44,43
19	4,91	5,41	6,84	7,63	10,12	11,65	14,56	18,34	22,72	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82	45,97
20	5,40	5,92	7,43	8,26	10,85	12,44	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31	47,50
21	5,90	6,45	8,03	8,90	11,59	13,24	16,34	20,34	24,93	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80	49,01
22	6,40	6,98	8,64	9,54	12,34	14,04	17,24	21,34	26,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27	50,51
23	6,92	7,53	9,26	10,20	13,09	14,85	18,14	22,34	27,14	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73	52,00

(continua)

g	p															
	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
24	7,45	8,08	9,89	10,86	13,85	15,66	19,04	23,34	28,24	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18	53,48
25	7,99	8,65	10,52	11,52	14,61	16,47	19,94	24,34	29,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62	54,95
26	8,54	9,22	11,16	12,20	15,38	17,29	20,84	25,34	30,43	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05	56,41
27	9,09	9,80	11,81	12,88	16,15	18,11	21,75	26,34	31,53	36,74	40,11	43,19	46,96	49,64	55,48	57,86
28	9,66	10,39	12,46	13,56	16,93	18,94	22,66	27,34	32,62	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89	59,30
29	10,23	10,99	13,12	14,26	17,71	19,77	23,57	28,34	33,71	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30	60,73
30	10,80	11,59	13,79	14,95	18,49	20,60	24,48	29,34	34,80	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70	62,16
31	11,39	12,20	14,46	15,66	19,28	21,43	25,39	30,34	35,89	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	61,10	63,58
32	11,98	12,81	15,13	16,36	20,07	22,27	26,30	31,34	36,97	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	62,49	65,00
33	12,58	13,43	15,82	17,07	20,87	23,11	27,22	32,34	38,06	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	63,87	66,40
34	13,18	14,06	16,50	17,79	21,66	23,95	28,14	33,34	39,14	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	65,25	67,80
35	13,79	14,69	17,19	18,51	22,47	24,80	29,05	34,34	40,22	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	66,62	69,20
36	14,40	15,32	17,89	19,23	23,27	25,64	29,97	35,34	41,30	47,21	51,00	54,44	58,62	61,58	67,99	70,59
37	15,02	15,97	18,59	19,96	24,07	26,49	30,89	36,34	42,38	48,36	52,19	55,67	59,89	62,88	69,35	71,97
38	15,64	16,61	19,29	20,69	24,88	27,34	31,81	37,34	43,46	49,51	53,38	56,90	61,16	64,18	70,70	73,35
39	16,27	17,26	20,00	21,43	25,70	28,20	32,74	38,34	44,54	50,66	54,57	58,12	62,43	65,48	72,05	74,73
40	16,91	17,92	20,71	22,16	26,51	29,05	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	73,40	76,09
41	17,54	18,58	21,42	22,91	27,33	29,91	34,58	40,34	46,69	52,95	56,94	60,56	64,95	68,05	74,74	77,46
42	18,19	19,24	22,14	23,65	28,14	30,77	35,51	41,34	47,77	54,09	58,12	61,78	66,21	69,34	76,08	78,82
43	18,83	19,91	22,86	24,40	28,96	31,63	36,44	42,34	48,84	55,23	59,30	62,99	67,46	70,62	77,42	80,18
44	19,48	20,58	23,58	25,15	29,79	32,49	37,36	43,34	49,91	56,37	60,48	64,20	68,71	71,89	78,75	81,53
45	20,14	21,25	24,31	25,90	30,61	33,35	38,29	44,34	50,98	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	80,08	82,88
46	20,79	21,93	25,04	26,66	31,44	34,22	39,22	45,34	52,06	58,64	62,83	66,62	71,20	74,44	81,40	84,22
47	21,46	22,61	25,77	27,42	32,27	35,08	40,15	46,34	53,13	59,77	64,00	67,82	72,44	75,70	82,72	85,56
48	22,12	23,29	26,51	28,18	33,10	35,95	41,08	47,34	54,20	60,91	65,17	69,02	73,68	76,97	84,04	86,90
49	22,79	23,98	27,25	28,94	33,93	36,82	42,01	48,33	55,27	62,04	66,34	70,22	74,92	78,23	85,35	88,23
50	23,46	24,67	27,99	29,71	34,76	37,69	42,94	49,33	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	86,66	89,56

E. Quantili di una distribuzione F di Snedecor

La tabella è deliberatamente limitata e vuole essere semplicemente un ausilio per esercizi ed esami. Durante quest'ultimi, indicare gli esatti gradi di libertà che si dovrebbero utilizzare e poi scegliere ed utilizzare una combinazione di gradi di libertà "vicina" a quelli "esatti". In applicazioni reali utilizzare il calcolatore (in R la funzione `qf`). Nella tabella g_1 e g_2 sono i gradi di libertà rispettivamente del numeratore e del denominatore della F mentre p è la probabilità lasciata a sinistra. Per cui, per esempio, 8,43 è il quantile 0,975 di una F con 2 gradi di libertà al numeratore e 5 al denominatore ovvero

$$\Pr(F \text{ con } 2 \text{ e } 5 \text{ gradi di libertà} \leq 8,43) = 0,975$$

g_1	g_2	P															
		0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1.00	5.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,53	1,69	4,06	6,61	10,01	16,26	22,78	47,18	63,61
2.00	5.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,30	0,80	1,85	3,78	5,79	8,43	13,27	18,31	37,12	49,78
3.00	5.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,42	0,91	1,88	3,62	5,41	7,76	12,06	16,53	33,20	44,42
4.00	5.00	0,01	0,02	0,04	0,06	0,16	0,25	0,48	0,96	1,89	3,52	5,19	7,39	11,39	15,56	31,09	41,53
5.00	5.00	0,03	0,03	0,07	0,09	0,20	0,29	0,53	1,00	1,89	3,45	5,05	7,15	10,97	14,94	29,75	39,72
1.00	10.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,49	1,49	3,29	4,96	6,94	10,04	12,83	21,04	25,49
2.00	10.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,30	0,74	1,60	2,92	4,10	5,46	7,56	9,43	14,91	17,87
3.00	10.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,41	0,85	1,60	2,73	3,71	4,83	6,55	8,08	12,55	14,97
4.00	10.00	0,01	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,90	1,59	2,61	3,48	4,47	5,99	7,34	11,28	13,41
5.00	10.00	0,03	0,04	0,07	0,10	0,21	0,30	0,53	0,93	1,59	2,52	3,33	4,24	5,64	6,87	10,48	12,43
1.00	15.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,11	0,48	1,43	3,07	4,54	6,20	8,68	10,80	16,59	19,51
2.00	15.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,73	1,52	2,70	3,68	4,77	6,36	7,70	11,34	13,16
3.00	15.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,11	0,19	0,41	0,83	1,52	2,49	3,29	4,15	5,42	6,48	9,34	10,76
4.00	15.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,88	1,51	2,36	3,06	3,80	4,89	5,80	8,25	9,48
5.00	15.00	0,03	0,04	0,08	0,10	0,22	0,31	0,53	0,91	1,49	2,27	2,90	3,58	4,56	5,37	7,57	8,66
1.00	20.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,40	2,97	4,35	5,87	8,10	9,94	14,82	17,19
2.00	20.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,72	1,49	2,59	3,49	4,46	5,85	6,99	9,95	11,38
3.00	20.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,82	1,48	2,38	3,10	3,86	4,94	5,82	8,10	9,20
4.00	20.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,87	1,47	2,25	2,87	3,51	4,43	5,17	7,10	8,02
5.00	20.00	0,03	0,04	0,08	0,10	0,22	0,31	0,53	0,90	1,45	2,16	2,71	3,29	4,10	4,76	6,46	7,27
1.00	25.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,39	2,92	4,24	5,69	7,77	9,48	13,88	15,97
2.00	25.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,47	2,53	3,39	4,29	5,57	6,60	9,22	10,46
3.00	25.00	0,00	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,81	1,46	2,32	2,99	3,69	4,68	5,46	7,45	8,39
4.00	25.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,44	2,18	2,76	3,35	4,18	4,84	6,49	7,27

(continua)

g ₁	g ₂	P															
		0,0005	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
5.00	25.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,31	0,53	0,89	1,42	2,09	2,60	3,13	3,85	4,43	5,89	6,56
1.00	30.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,47	1,38	2,88	4,17	5,57	7,56	9,18	13,29	15,22
2.00	30.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,45	2,49	3,32	4,18	5,39	6,35	8,77	9,90
3.00	30.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,81	1,44	2,28	2,92	3,59	4,51	5,24	7,05	7,89
4.00	30.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,42	2,14	2,69	3,25	4,02	4,62	6,12	6,82
5.00	30.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,41	2,05	2,53	3,03	3,70	4,23	5,53	6,13
1.00	35.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,37	2,85	4,12	5,48	7,42	8,98	12,90	14,72
2.00	35.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,44	2,46	3,27	4,11	5,27	6,19	8,47	9,52
3.00	35.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,43	2,25	2,87	3,52	4,40	5,09	6,79	7,56
4.00	35.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,86	1,41	2,11	2,64	3,18	3,91	4,48	5,88	6,51
5.00	35.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,40	2,02	2,49	2,96	3,59	4,09	5,30	5,85
1.00	40.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,36	2,84	4,08	5,42	7,31	8,83	12,61	14,35
2.00	40.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,71	1,44	2,44	3,23	4,05	5,18	6,07	8,25	9,25
3.00	40.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,42	2,23	2,84	3,46	4,31	4,98	6,59	7,33
4.00	40.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,17	0,26	0,48	0,85	1,40	2,09	2,61	3,13	3,83	4,37	5,70	6,30
5.00	40.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,89	1,39	2,00	2,45	2,90	3,51	3,99	5,13	5,64
1.00	45.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,36	2,82	4,06	5,38	7,23	8,71	12,39	14,08
2.00	45.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,70	1,43	2,42	3,20	4,01	5,11	5,97	8,09	9,04
3.00	45.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,42	2,21	2,81	3,42	4,25	4,89	6,45	7,15
4.00	45.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,18	0,26	0,48	0,85	1,40	2,07	2,58	3,09	3,77	4,29	5,56	6,13
5.00	45.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,22	0,32	0,53	0,88	1,38	1,98	2,42	2,86	3,45	3,91	5,00	5,49
1.00	50.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,10	0,46	1,35	2,81	4,03	5,34	7,17	8,63	12,22	13,86
2.00	50.00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,05	0,11	0,29	0,70	1,43	2,41	3,18	3,97	5,06	5,90	7,96	8,88
3.00	50.00	0,01	0,01	0,02	0,04	0,12	0,19	0,41	0,80	1,41	2,20	2,79	3,39	4,20	4,83	6,34	7,01
4.00	50.00	0,02	0,02	0,05	0,07	0,18	0,26	0,48	0,85	1,39	2,06	2,56	3,05	3,72	4,23	5,46	6,01
5.00	50.00	0,03	0,04	0,08	0,11	0,23	0,32	0,53	0,88	1,37	1,97	2,40	2,83	3,41	3,85	4,90	5,37

F. Quantili della distribuzione della statistica del test dei ranghi con segno di Wilcoxon (test di Wicoxon ad un campione)

La tabella riporta i quantili-p della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon ad un campione. Nella tabella, p indica la probabilità “lasciata a sinistra” mentre n il numero di osservazioni. La distribuzione della statistica test è simmetrica intorno a $n(n+1)/2$. Utilizzando questa proprietà è possibile calcolare anche i quantili-p con $p < 0,5$. Per $n > 50$, è possibile approssimare la distribuzione con quella di una normale di media $n(n+1)/4$ e varianza $n(n+1)(2n+1)/24$.

n	p														
	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
5	7	8	9	9	10	10	11	12	12	14	15	15	15	15	15
6	10	11	12	12	13	14	15	16	17	18	20	21	21	21	21
7	14	15	16	16	17	18	19	20	22	24	25	27	28	28	28
8	18	19	20	21	22	23	24	26	27	30	32	34	35	36	36
9	22	24	25	26	27	28	30	32	34	36	39	41	43	45	45
10	27	29	30	31	33	34	36	38	40	44	46	49	51	54	55
11	33	34	36	38	39	41	43	45	48	52	55	58	60	64	65
12	39	41	42	44	46	48	50	53	56	60	64	68	70	75	76
13	45	47	49	51	53	55	58	61	64	69	73	78	81	86	88
14	52	55	57	59	61	64	66	69	73	79	83	89	92	98	100
15	60	62	65	67	69	72	75	79	83	89	94	100	104	111	113
16	68	70	73	76	78	81	85	88	93	100	106	112	116	124	127
17	76	79	82	85	88	91	95	99	104	111	118	125	129	138	141
18	85	88	91	95	98	101	105	110	115	123	130	138	143	152	156
19	95	98	101	105	108	112	116	121	127	136	143	152	157	168	171
20	105	108	112	116	119	123	128	133	140	149	157	166	172	183	188
21	115	119	123	127	131	135	140	146	153	163	172	181	188	200	205
22	126	130	134	139	143	148	153	159	166	177	187	197	204	217	222
23	138	142	146	151	156	161	166	173	181	192	202	213	221	235	240
24	150	154	159	164	169	174	180	187	195	208	218	230	238	254	259
25	162	167	172	177	182	188	194	201	211	224	235	248	256	273	279
26	175	181	186	191	196	202	209	217	226	240	252	266	275	292	299
27	189	194	200	205	211	217	224	233	243	258	270	285	294	313	320
28	203	209	214	220	226	233	240	249	260	275	289	304	314	334	341

(continua)

n	p														
	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
29	217	223	229	236	242	249	257	266	277	294	308	324	334	355	363
30	232	239	245	252	258	266	274	283	295	313	327	344	355	378	386
31	248	255	261	268	275	283	291	301	314	332	348	365	377	401	409
32	264	271	278	285	292	301	309	320	333	352	368	387	399	424	433
33	280	288	295	302	310	319	328	339	353	373	390	409	422	448	458
34	297	305	313	320	329	337	347	359	373	394	412	432	446	473	483
35	315	323	331	339	347	357	367	379	394	416	434	456	470	498	509
36	333	341	349	358	367	376	387	400	415	438	457	480	494	524	535
37	351	360	368	377	387	397	408	421	437	461	481	504	520	551	562
38	370	379	388	397	407	417	429	443	459	484	505	529	546	578	590
39	390	399	408	418	428	439	451	465	482	508	530	555	572	606	618
40	410	419	429	439	449	461	473	488	506	533	555	581	599	634	647
41	430	440	450	461	471	483	496	511	530	558	581	608	627	663	677
42	451	462	472	483	494	506	519	535	554	583	608	636	655	693	707
43	473	484	494	505	517	529	543	559	580	609	635	664	684	723	738
44	495	506	517	528	540	553	568	584	605	636	662	693	713	754	769
45	517	529	540	552	564	578	593	610	632	663	691	722	743	785	801
46	540	552	564	576	589	603	618	636	658	691	719	752	773	817	834
47	564	576	588	601	614	628	644	663	686	720	749	782	805	850	867
48	588	600	613	626	640	654	671	690	713	749	779	813	836	883	901
49	612	625	638	652	666	681	698	717	742	778	809	845	869	917	935
50	637	651	664	678	692	708	725	745	771	808	840	877	901	951	970

G. Quantili della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni

La tabella riporta i quantili-p della distribuzione della statistica del test di Wilcoxon a due campioni. Nella tabella, p indica la probabilità “lasciata a sinistra” mentre n e m il numero di osservazioni nel primo e nel secondo gruppo. La distribuzione della statistica test è simmetrica intorno a $nm/2$. Utilizzando questa proprietà è possibile calcolare anche i quantili-p con $p < 0,5$. Per i valori di n e/o m non inclusi, è possibile approssimare la distribuzione con quella di una normale di media $nm/2$ e varianza $nm(m+n+1)/12$.

min(n, m)	max(n, m)	p														
		0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
5	5	12	13	14	14	15	16	17	18	19	20	22	23	24	25	25
5	6	15	16	16	17	18	19	20	21	22	24	26	27	28	30	30
5	7	17	18	19	20	21	22	23	24	26	28	29	31	33	35	35
5	8	20	21	22	23	24	25	26	27	29	31	33	35	37	39	40
5	9	22	23	24	25	27	28	29	30	32	35	37	39	41	43	44
5	10	25	26	27	28	29	31	32	34	36	38	41	43	45	48	49
5	11	27	29	30	31	32	34	35	37	39	42	45	47	49	52	53
5	12	30	31	32	34	35	37	38	40	42	46	48	51	53	57	58
5	13	32	34	35	37	38	40	41	43	46	49	52	55	57	61	62
5	14	35	36	38	39	41	42	44	46	49	53	56	59	62	66	67
5	15	37	39	41	42	44	45	47	50	52	56	60	63	66	70	71
6	6	18	19	20	20	21	22	23	25	26	28	30	32	33	36	36
6	7	21	22	23	24	25	26	27	28	30	33	35	37	38	41	42
6	8	24	25	26	27	28	29	31	32	34	37	39	41	43	46	47
6	9	27	28	29	30	32	33	34	36	38	41	43	46	48	51	52
6	10	30	31	32	34	35	36	38	40	42	45	48	51	53	56	57
6	11	33	34	36	37	38	40	42	44	46	49	52	56	58	61	63
6	12	36	37	39	40	42	43	45	47	50	54	57	60	62	67	68
6	13	39	40	42	44	45	47	49	51	54	58	61	65	67	72	73
6	14	42	44	45	47	49	50	52	55	58	62	66	70	72	77	78
6	15	45	47	48	50	52	54	56	59	62	66	70	74	77	82	84
7	7	24	26	27	28	29	30	31	33	35	37	40	42	44	47	48
7	8	28	29	30	31	33	34	35	37	39	42	45	48	49	53	54
7	9	31	33	34	35	37	38	40	41	44	47	50	53	55	59	60
7	10	35	36	38	39	41	42	44	46	48	52	55	58	60	64	66
7	11	38	40	41	43	44	46	48	50	53	57	60	64	66	70	72

(continua)

min(n, m)	max(n, m)	P														
		0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
7	12	42	44	45	47	48	50	52	54	57	62	65	69	71	76	78
7	13	45	47	49	50	52	54	56	59	62	66	70	74	77	82	84
7	14	49	51	52	54	56	58	61	63	66	71	75	80	82	88	90
7	15	52	54	56	58	60	62	65	67	71	76	80	85	88	94	96
8	8	32	33	34	36	37	39	40	42	44	48	50	54	56	59	61
8	9	36	37	39	40	42	43	45	47	49	53	56	60	62	66	67
8	10	40	41	43	44	46	48	50	52	55	59	62	66	68	73	74
8	11	44	46	47	49	50	52	54	57	60	64	68	72	74	79	81
8	12	48	50	51	53	55	57	59	62	65	69	73	78	80	86	88
8	13	52	54	56	57	59	62	64	67	70	75	79	83	86	92	94
8	14	56	58	60	62	64	66	69	71	75	80	85	89	93	99	101
8	15	60	62	64	66	68	71	73	76	80	86	90	95	99	105	108
9	9	40	42	43	45	47	48	50	52	55	59	63	66	69	73	75
9	10	45	47	48	50	52	53	56	58	61	65	69	73	76	81	82
9	11	49	51	53	55	57	59	61	63	67	71	75	80	82	88	90
9	12	54	56	58	60	62	64	66	69	72	77	81	86	89	95	97
9	13	58	60	62	64	67	69	71	74	78	83	88	93	96	102	105
9	14	63	65	67	69	71	74	77	80	84	89	94	99	103	110	112
9	15	67	70	72	74	76	79	82	85	89	95	100	106	110	117	119
10	10	50	52	53	55	57	59	61	64	67	72	76	80	83	89	91
10	11	55	57	59	61	63	65	67	70	73	78	83	87	91	97	99
10	12	60	62	64	66	68	70	73	76	80	85	90	95	98	105	107
10	13	65	67	69	71	74	76	79	82	86	92	96	102	105	112	115
10	14	70	72	74	77	79	82	85	88	92	98	103	109	113	120	123
10	15	75	77	80	82	85	87	90	94	98	105	110	116	120	128	131
11	11	60	62	64	66	69	71	74	76	80	86	90	95	99	105	108
11	12	66	68	70	72	75	77	80	83	87	93	98	103	107	114	116
11	13	71	74	76	78	81	83	86	90	94	100	105	111	115	122	125
11	14	77	79	82	84	87	90	93	96	101	107	113	119	123	131	134
11	15	82	85	87	90	93	96	99	103	107	114	120	127	131	140	143
12	12	72	74	76	79	81	84	87	90	94	101	106	112	116	123	126
12	13	78	80	83	85	88	91	94	97	102	108	114	120	124	132	135
12	14	84	86	89	92	94	97	101	104	109	116	122	129	133	142	145

(continua)

min(n, m)	max(n, m)	p														
		0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
12	15	90	93	95	98	101	104	107	111	116	124	130	137	142	151	154
13	13	84	87	90	92	95	98	101	105	110	117	123	129	134	142	145
13	14	91	94	96	99	102	105	109	113	118	125	131	138	143	152	156
13	15	97	100	103	106	109	112	116	120	126	133	140	147	152	162	166
14	14	98	101	104	107	110	113	117	121	126	134	140	148	153	163	166
14	15	105	108	111	114	117	121	125	129	135	143	150	158	163	173	177
15	15	112	116	119	122	125	129	133	138	144	152	160	168	173	184	188